

บทที่ 7 การจัดตารางสำหรับโครงการ (Project Scheduling)

- สำหรับวิธีการบริหารโครงการนั้นจะเป็นการวางแผนในระยะยาว เช่น การวางแผนที่จะออกผลิตภัณฑ์ใหม่ โครงการการวิจัยองค์กร หรือ การสร้างสิ่งอำนวยความสะดวกใหม่ที่ใช้ในการผลิต แต่อย่างไรก็ตามก็สามารถนำมาประยุกต์ใช้กับโครงการขนาดเล็ก เช่น การสร้างบ้านสำหรับเป็นที่อยู่อาศัย เป็นต้น โดยทั้ง 2 เทคนิคที่จะกล่าวต่อไปในรายละเอียดคือ

วิธี Critical path method: CPM

วิธี Project evaluation and review technique (PERT)

CPM and PERT

CPM: If the duration of each activity is known with certainty, the Critical Path Method (CPM) can be used to determine the length of time required to complete a project.

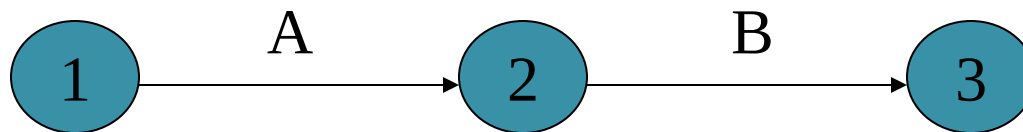
PERT: If the duration of activities is not known with certainty, the Program Evaluation and Review Technique (PERT) can be used to estimate the probability that the project will be completed by a given deadline.



CPM and PERT are used in many applications including the following:

- Scheduling construction projects such as office buildings, highways and swimming pools
 - Developing countdown and “hold” procedure for the launching of space crafts
 - Installing new computer systems
 - Designing and marketing new products
 - Completing corporate mergers
 - Building ships
- 

To apply CPM and PERT, we need a list of activities that make up the project. The project is considered to be completed when all activities have been completed. For each activity there is a set of activities (called the predecessors of the activity) that must be completed before the activity begins. A project network is used to represent the precedence relationships between activities. In the following discussions the activities will be represented by arcs and the nodes will be used to represent completion of a set of activities (Activity on arc (AOA) type of network).



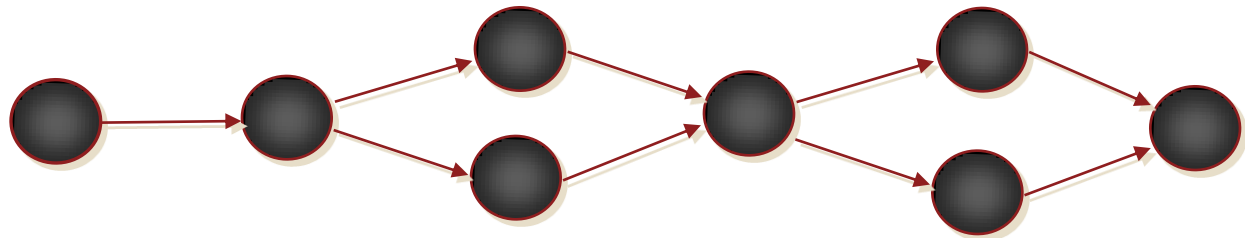
Activity A must be completed before activity B starts

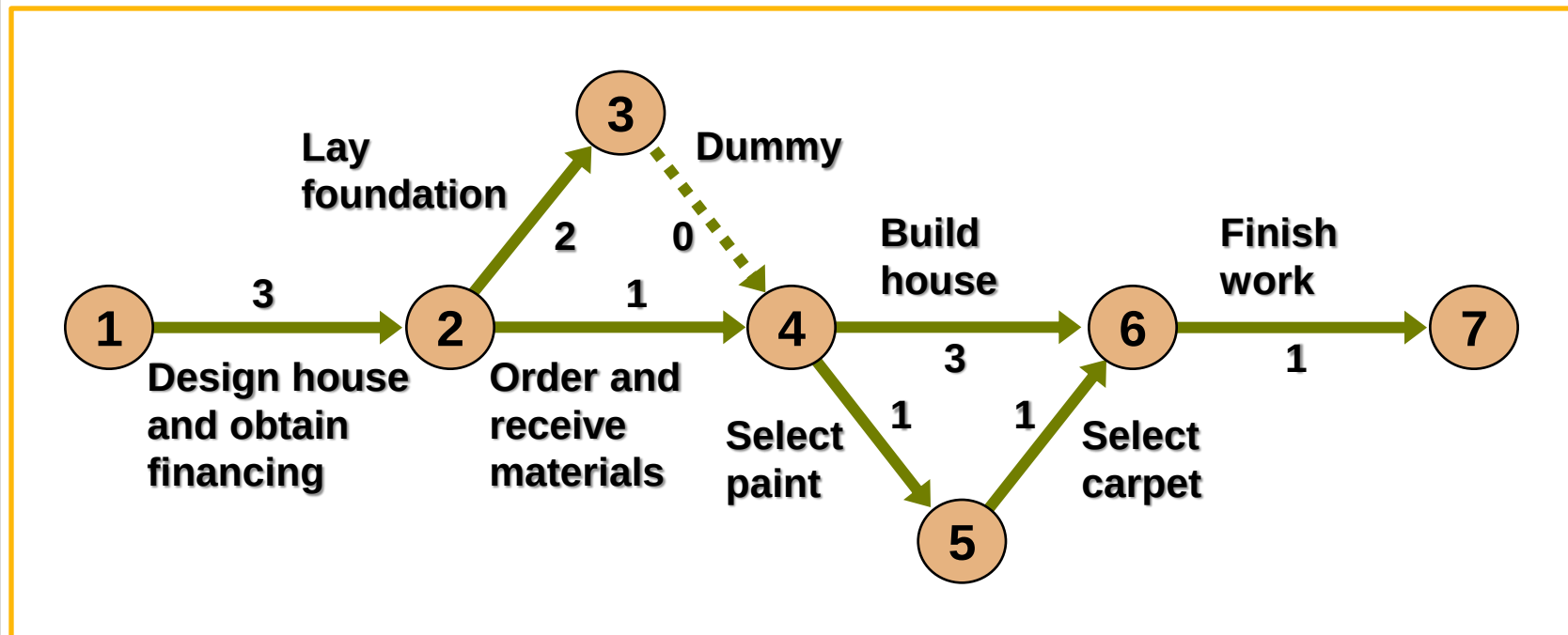
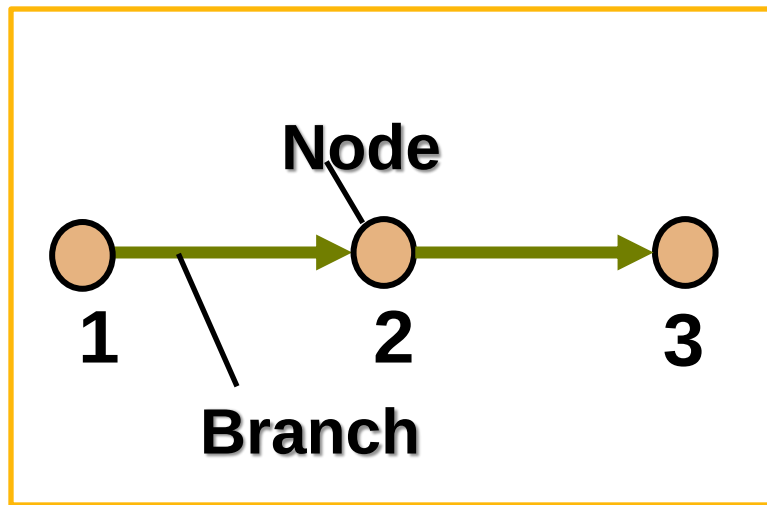
Event

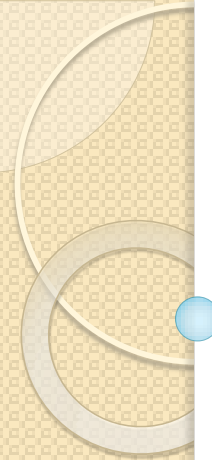
- Signals the beginning or ending of an activity
- Designates a point in time
- Represented by a circle (node)

Network

- Shows the sequential relationships among activities using nodes and arrows







While constructing an AOA type of project diagram one should use the following rules:

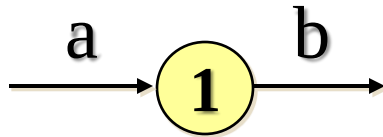
- Node 1 represents the start of the project. An arc should lead from node 1 to represent each activity that has no predecessors.
- A node (called the finish node) representing the completion of the project should be included in the network.
- Number the nodes in the network so that the node representing the completion time of an activity always has a larger number than the node representing the beginning of an activity.
- An activity should not be represented by more than one arc in the network
- Two nodes can be connected by at most one arc.

To avoid violating rules 4 and 5, it can be sometimes necessary to utilize a dummy activity that takes zero time.

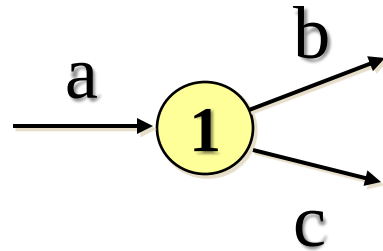


Network Conventions

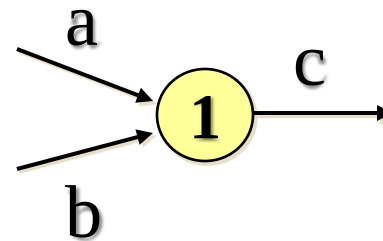
I



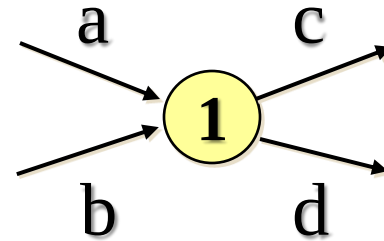
II



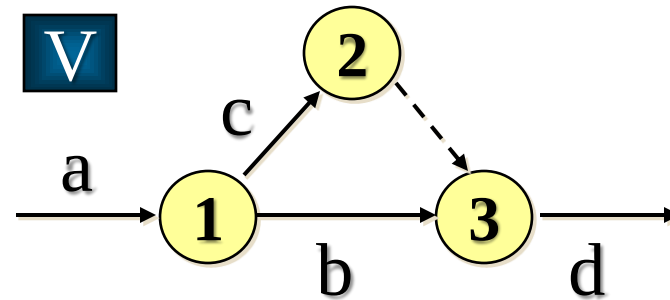
III



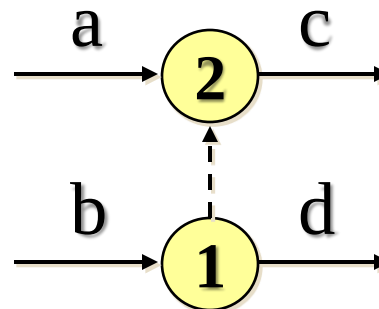
IV



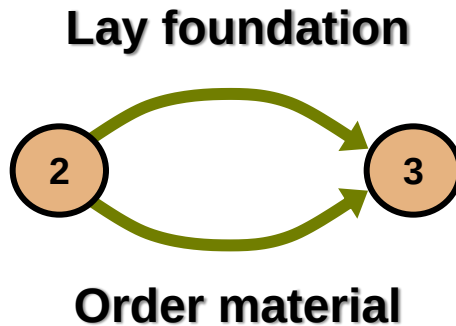
V



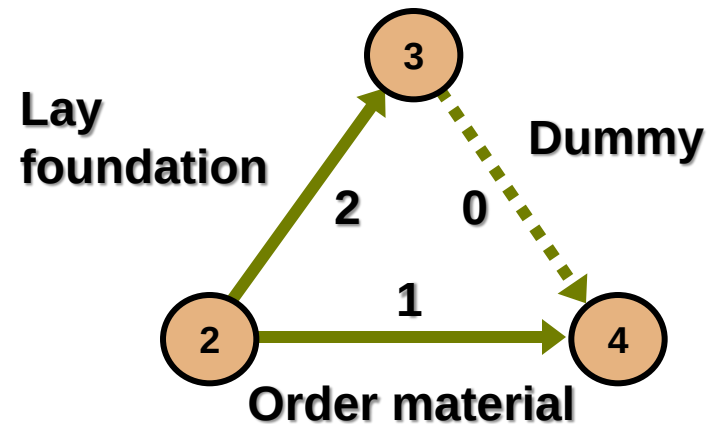
VI



Concurrent Activities



(a) Incorrect precedence relationship



(b) Correct precedence relationship

องค์ประกอบหลักสำหรับการวิเคราะห์ CPM ได้แก่

การให้นิยามโครงการ (Project definitions) จะเป็นการให้เข้าใจถึงโครงการ เป้าหมายของโครงการ และความต้องการทรัพยากร และบุคลากรที่ต้องใช้ในโครงการ

การให้นิยามกิจกรรม (Activity definitions) โครงการ (Project) จะต้องถูกแบ่งแยกให้เป็นกลุ่มของงาน (Tasks) หรือกิจกรรม (Activities) ที่ไม่สามารถทำการแบ่งแยกได้อีก โดยที่นักวางแผนจะต้องทำการกำหนดเนื้อหาของแต่ละกิจกรรม และทำการประมาณเวลาของแต่ละกิจกรรมด้วย ในบางครั้งก็อาจจะมีความยากในการวางแผนโครงการในการที่จะหาแนวทางที่ดีที่สุดในการจะแบ่งโครงการออกเป็นงานหรือกิจกรรมย่อยๆ

ความสัมพันธ์ของกิจกรรม (Activity relationships) ซึ่งเป็นส่วนที่มีความสำคัญมากในกระบวนการวางแผนโครงการ โดยเป็นการกำหนดถึงความสัมพันธ์ระหว่างกิจกรรมต่างๆ ซึ่งจะเรียกว่า เงื่อนไขที่ต้องทำก่อน (Precedence constraints) โดยที่จะทำการแสดงถึงลำดับของกิจกรรมตลอดทั้งโครงการจนกระทั่งเสร็จสิ้น

Manager's View of CPM

INPUTS

- List of project activities
- Precedence relationship among activities
- Estimate of each activity's duration



CPM processing procedures



OUTPUTS

- Estimated duration of project
- Identification of critical activities
- Amount of slack for each activity

CPM Terminology

Activity

- A task or a certain amount of work required in the project
- Requires time to complete
- Represented by an arrow

Dummy Activity

- Indicates only precedence relationships
- Does not require any time of effort

CPM Terminology

Path

- A connected sequence of activities leading from the starting event to the ending event

Critical Path

- The longest path (time); determines the project duration

Critical Activities

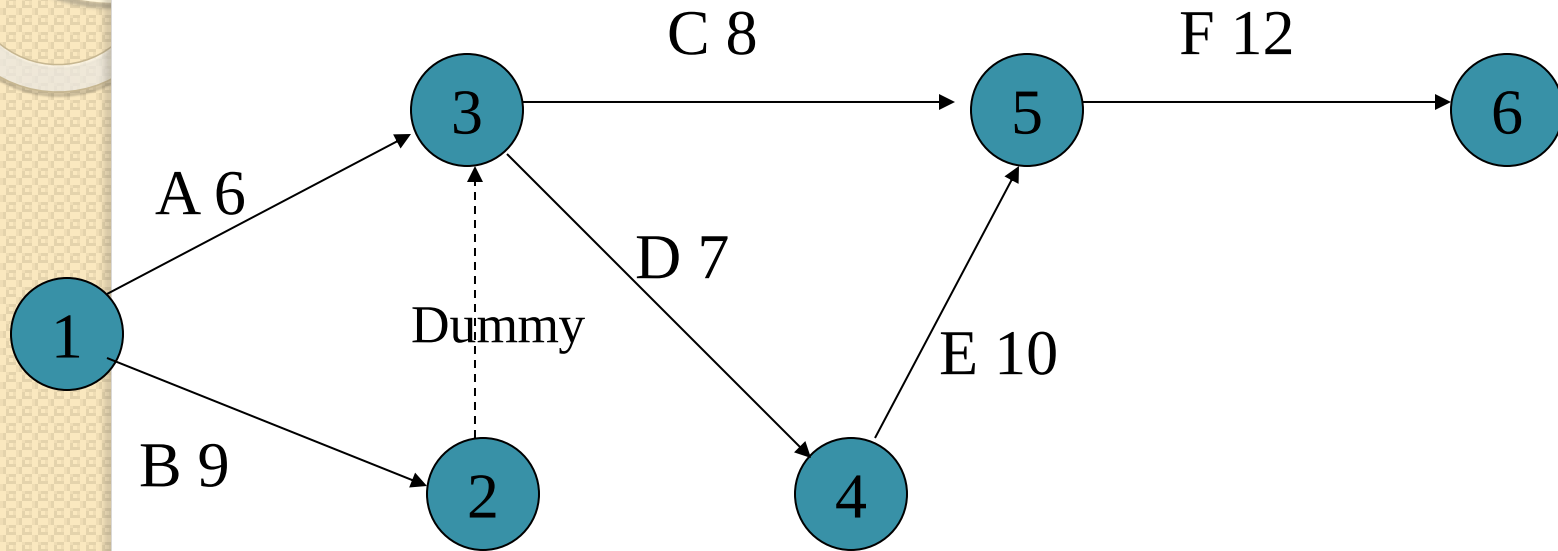
- All of the activities that make up the critical path

An example for CPM

Widgetco is about to introduce a new product. A list of activities and the precedence relationships are given in the table below. Draw a project diagram for this project.

Activity	Predecessors	Duration(days)
A:train workers	-	6
B:purchase raw materials	-	9
C:produce product 1	A, B	8
D:produce product 2	A, B	7
E:test product 2	D	10
F:assemble products 1&2	C, E	12

Project Diagram for Widgetco



Node 1 = starting node

Node 6 = finish node

Important definitions for computation

Early Event Time: The early event time for node i , represented by $ET(i)$, is the earliest time at which the event corresponding to node i can occur.

Late Event Time: The late event time for node i , represented by $LT(i)$, is the latest time at which the event corresponding to node i can occur without delaying the completion of the project.

Computation of early event time

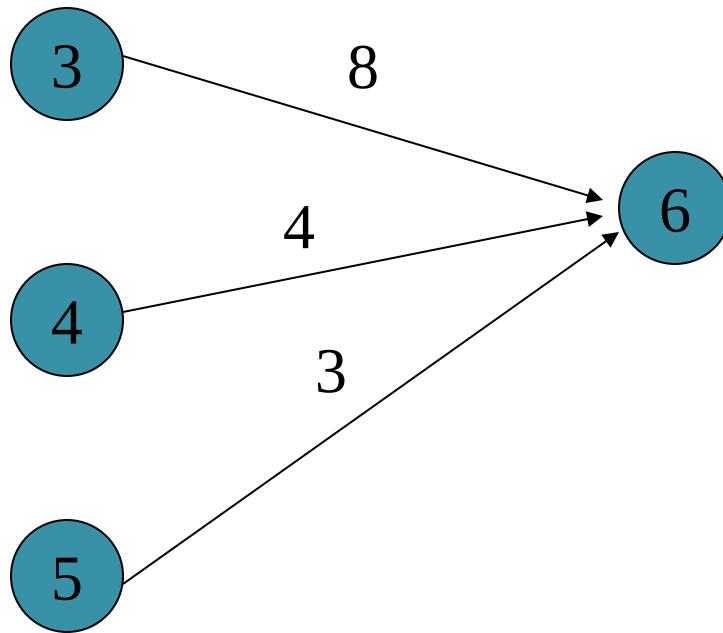
- To find the early event time for each node in the project network we follow the steps below:
 - Find each prior event to node i that is connected by an arc to node i . These events are immediate predecessors of node i .
 - To the ET for each immediate predecessor of the node i add the duration of the activity connecting the immediate predecessor to node i .
 - $ET(i)$ equals the maximum of the sums computed in previous step.

Computing $ET(i)$. We start with the beginning node

$ET(1)=0$ (The starting node is always 0)

Let's say $ET(3)=6$

$ET(4)=8$, $ET(5)=10$



$$ET(6) = \max \begin{cases} ET(3) + 8 = 14 \\ ET(4) + 4 = 12 \\ ET(5) + 3 = 13 \end{cases}$$

$ET(6)=14$

Computation of late event time

- To compute $LT(i)$ we begin with the finish node and go backwards and we follow the steps below:
 - Find each node that occurs after node i and is connected to node i by an arc. These events are immediate successors of node i .
 - From the LT for each immediate successor to node i subtract the duration of the activity joining the successor the node i .
 - $LT(i)$ is the smallest of the differences determined in previous step.

Let's compute $LT(i)$'s for the Widgetco example:

From the graph we know that the late completion

time for node 6 is 38. Since node 6 is the only immediate successor of node 5, $LT(5) = LT(6) - 12 = 26$.

Same way $LT(4) = LT(5) - 10 = 16$.

Nodes 4 and 5 are the immediate successors of node 3. Thus;

$$LT(3) = \min \begin{cases} LT(4) - 7 = 9 \\ LT(5) - 8 = 18 \end{cases}$$

$$LT(2) = LT(3) - 0 = 9$$

$$LT(1) = \min \begin{cases} LT(2) - 9 = 0 \\ LT(3) - 6 = 3 \end{cases}$$

Total Float

Before the project is begun, the duration of each activity is unknown, and the duration of each activity used to construct the project network is just an estimate of the activity's actual completion time. The concept of total float of an activity can be used as a measure of how important it is to keep each activity's duration from greatly exceeding our estimate of its completion time. Total float is represented by $TF(i,j)$ and equals:

$$TF(i,j) = LT(j) - ET(i) - t_{ij}$$

For Widgetco example ET(i)'s and LT(i)'s are as follows:

Node	ET(i)	LT(i)
1	0	0
2	9	9
3	9	9
4	16	16
5	26	26
6	38	38

According to the table on the previous slide the $TF(i,j)$'s are computed as follows:

Activity B: $TF(1,2) = LT(2) - ET(1) - 9 = 0$

Activity A: $TF(1,3) = LT(3) - ET(1) - 6 = 3$

Activity D: $TF(3,4) = LT(4) - ET(3) - 7 = 0$

Activity C: $TF(3,5) = LT(5) - ET(3) - 8 = 9$

Activity E: $TF(4,5) = LT(5) - ET(4) - 10 = 0$

Activity F: $TF(5,6) = LT(6) - ET(5) - 12 = 0$

Dummy activity: $TF(2,3) = LT(3) - ET(2) - 0 = 0$

Critical path

- An activity with a total float of zero is a critical activity
- A path from node 1 to the finish node that consists entirely of critical activities is called a critical path.

For Widgetco example 1-2-3-4-5-6 is a critical path.

Free Float

Free float is the amount by which the starting time of the activity corresponding to arc(i,j) can be delayed without delaying the start of any later activity beyond the earliest possible starting time. Free float is calculated as follows:

$$FF(i,j) = ET(j) - ET(i) - t_{ij}$$

According to the table on the previous slide the $FF(i,j)$'s are computed as follows:

Activity B: $FF(1,2)=9-0-9=0$

Activity A: $FF(1,3)=9-0-6=3$

Activity D: $FF(3,4)=16-9-7=0$

Activity C: $FF(3,5)=26-9-8=9$

Activity E: $FF(4,5)=26-16-10=0$

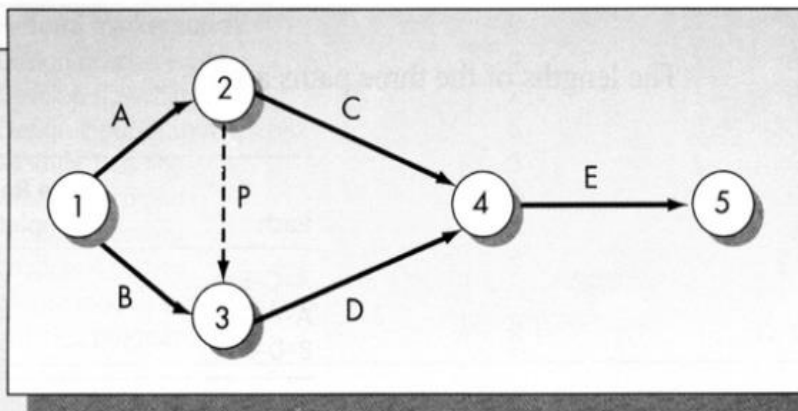
Activity F: $FF(5,6)=38-26-12=0$

For example a delay up to 9 days in the start or duration of activity C will not delay the start of later activities.

ตารางที่ 7-1 กิจกรรม และกิจกรรมที่ต้องทำก่อนทันที

กิจกรรม (Activity)	เวลา (ชั่วโมง) (Time : Hours)	กิจกรรมที่ต้องทำก่อน ทันที (Immediate predecessors)
A	1.5	-
B	1.0	-
C	2.0	A
D	1.5	A และ B
E	1.0	C และ D

ตารางที่ 7-2 ระยะเวลาแต่ละสายงาน



สายงาน (Path)	เวลาที่ต้องการของ โครงการ (ชั่วโมง)
A-C-E	4.5
A-P-D-E	4.0
B-D-E	3.5

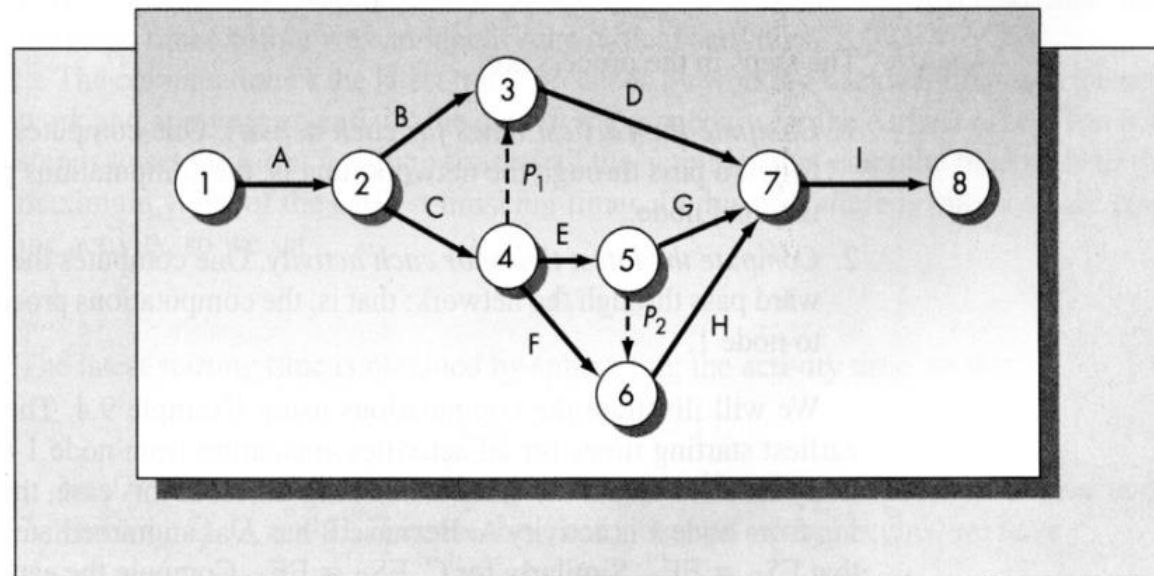
- จากช่วงระยะเวลาเสร็จสิ้นของแต่ละสายงานจะได้ว่าช่วงระยะเวลาที่ยาวที่สุดจากตัวอย่าง ได้แก่ **สายงานที่ผ่านกิจกรรม A-C-E** ซึ่งจะเรียกว่า **สายงานวิกฤติ (Critical path)** โดยที่ช่วงเวลาของสายงานวิกฤติก็คือช่วงระยะเวลาที่สั้นที่สุดของทั้งโครงการ และ**กิจกรรมที่อยู่บนสายงานวิกฤติก็จะเรียกว่า กิจกรรมวิกฤติ (Critical activities)** สำหรับผลของความล่าช้าที่เกิดขึ้นในกิจกรรมวิกฤติก็จะหมายถึงความล่าช้าของโครงการที่จะเกิดขึ้นด้วย อย่างไรก็ตามกิจกรรมใดๆที่ไม่ได้อยู่บนสายงานวิกฤติ ถ้าหากเกิดความล่าช้าก็จะมีผลต่อความล่าช้าของโครงการ

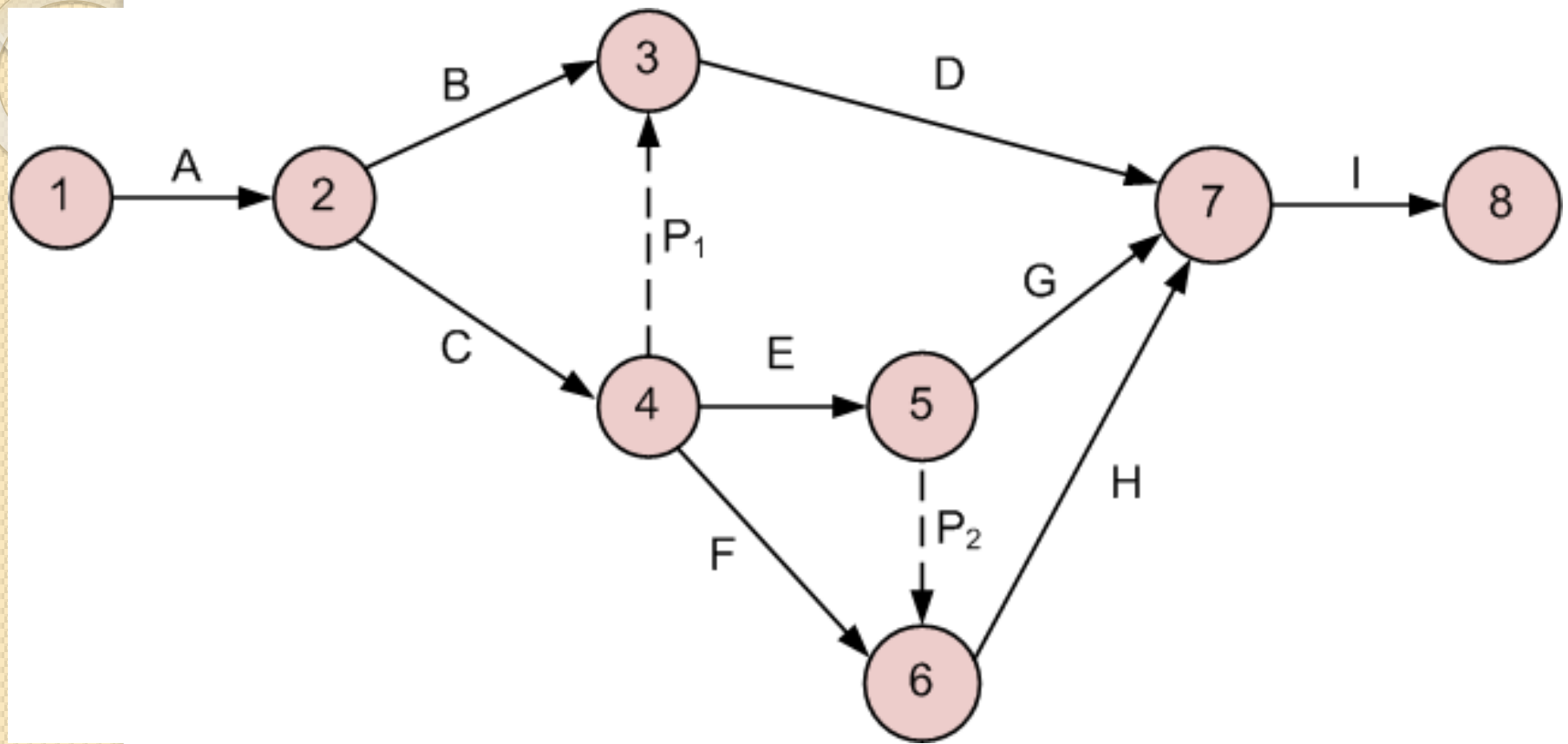
ตัวอย่างที่ 7-2 CPM

- บริษัทแห่งหนึ่งได้มีการลงทุนสำหรับโครงการการเขียนโปรแกรมหนึ่ง โดยกำหนดให้มีระยะเวลากระทั่งโครงการเสร็จสิ้นสำหรับโครงการนี้เท่ากับ 25 สัปดาห์ จากนั้นทางโปรแกรมเมอร์ได้ดำเนินการแบ่งแยกโครงการนี้ออกเป็น 9 กิจกรรม และได้ทำการประมาณการเวลาที่ต้องการ แสดงดังตาราง

กิจกรรม	เวลาที่ต้องการ (สัปดาห์)	กิจกรรมที่ต้องทำ ก่อนหน้าทันที
A. Perform market survey	3	-
B. Design graphic icons	4	A
C. Develop flowchart	2	A
D. Design input/output screens	6	B, C
E. Module 1 coding	5	C
F. Module 2 coding	3	C
G. Module 3 coding	7	E
H. Module 4 coding	5	E, F
I. Merge modules and graphics and test program	8	D, G, H

- จากช่วงระยะเวลาของกิจกรรมทั้งหมดที่แสดงดังตารางที่ 7-3 เท่ากับ 43 สัปดาห์ ซึ่งเป็นไปไม่ได้ที่จะสามารถเขียนโปรแกรมได้ตามระยะเวลาที่กำหนดเท่ากับ 25 สัปดาห์ ดังนั้นจะต้องหาวิธีที่จะลดระยะเวลาในการดำเนินการกิจกรรมให้น้อยลงกว่า 43 สัปดาห์ จากนั้นก็ทำการเขียนโครงข่ายโครงการขึ้นเพื่อที่จะทำการหาสายงานวิกฤติของโครงการนี้ต่อไป โครงข่ายของโครงการแสดงดังภาพที่ 7-5 ซึ่งจะเห็นว่ามีการเพิ่มกิจกรรม 2 กิจกรรม คือ P_1 และ P_2





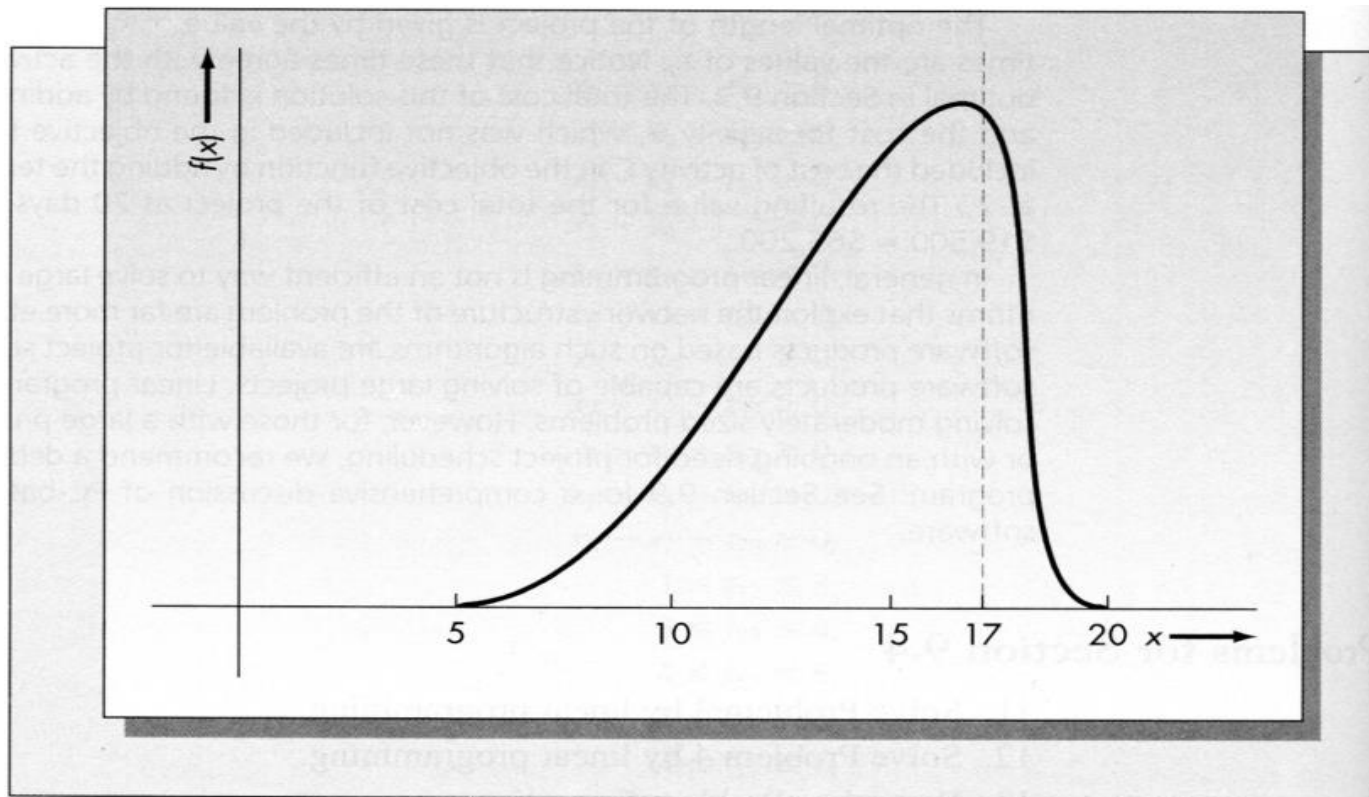
7.4 PERT: Project Evaluation and Review Technique

The technique is based on the assumption that an activity's duration follows a probability distribution instead of being a single value.

The probabilistic information about the activities is translated into probabilistic information about the project.

PERT

- เริ่มต้นจะต้องทำการกำหนดค่าจากการกระจายตัวของตัวแปรสุ่มโดยมีค่าต่างๆดังนี้
- **a** คือ ค่าเวลากิจกรรมที่น้อยที่สุด (Minimum activity time)
- **b** คือ ค่าเวลาของกิจกรรมที่มากที่สุด (Maximum activity time)
- **m** คือ ค่าเวลาของกิจกรรมที่เป็นไปได้มากที่สุด (Most likely time)
- ตัวอย่างเช่น กำหนดให้ $a = 5$ วัน $b = 20$ วัน และ $m = 17$ วัน และจากฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นสำหรับเวลาของกิจกรรมที่แสดงดังภาพที่ 7-9



ภาพที่ 7-9 ความหนาแน่นของความน่าจะเป็นสำหรับเวลาของกิจกรรม

PERT

- สำหรับสมมติฐานของเวลาของกิจกรรมที่มีการกระจายตัวแบบเบต้า จะมีการประมาณการค่าสมการอย่างง่ายสำหรับการกำหนดค่าเฉลี่ย (Mean, μ) และค่าความแปรปรวน (Variance) หรือค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation, σ) ของแต่ละกิจกรรม ดังสมการ

$$\mu = \frac{a + 4m + b}{6}$$

$$\sigma = \frac{b - a}{6}$$

สำหรับสมการของความแปรปรวน (σ^2) จะได้ว่า

$$\sigma^2 = \frac{(b - a)^2}{36}$$

- กำหนดให้เวลาที่อยู่บนกิจกรรมวิกฤติที่อยู่บนสายงานวิกฤติ คือ $T_1, T_2, \dots, T_k$ ดังนั้นเวลาทั้งหมดของโครงการ, T มีค่าเท่ากับ

$$T = T_1 + T_2 + \dots + T_k$$

และเวลาเฉลี่ยของโครงการ (Mean project time, $E(T)$) และความแปรปรวนของโครงการ, $Var(T)$ มีค่าเท่ากับ

$$E(T) = \mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_k$$

$$Var(T) = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_k^2$$

Steps in PERT Analysis

Draw the network.

Analyze the paths
through the
network and find
the critical path.

The length of the
critical path is the
mean of the
project duration
probability
distribution which
is assumed to be
normal.

Steps in PERT Analysis

The standard deviation of the project duration probability distribution is computed by adding the variances of the critical activities (all of the activities that make up the critical path) and taking the square root of that sum

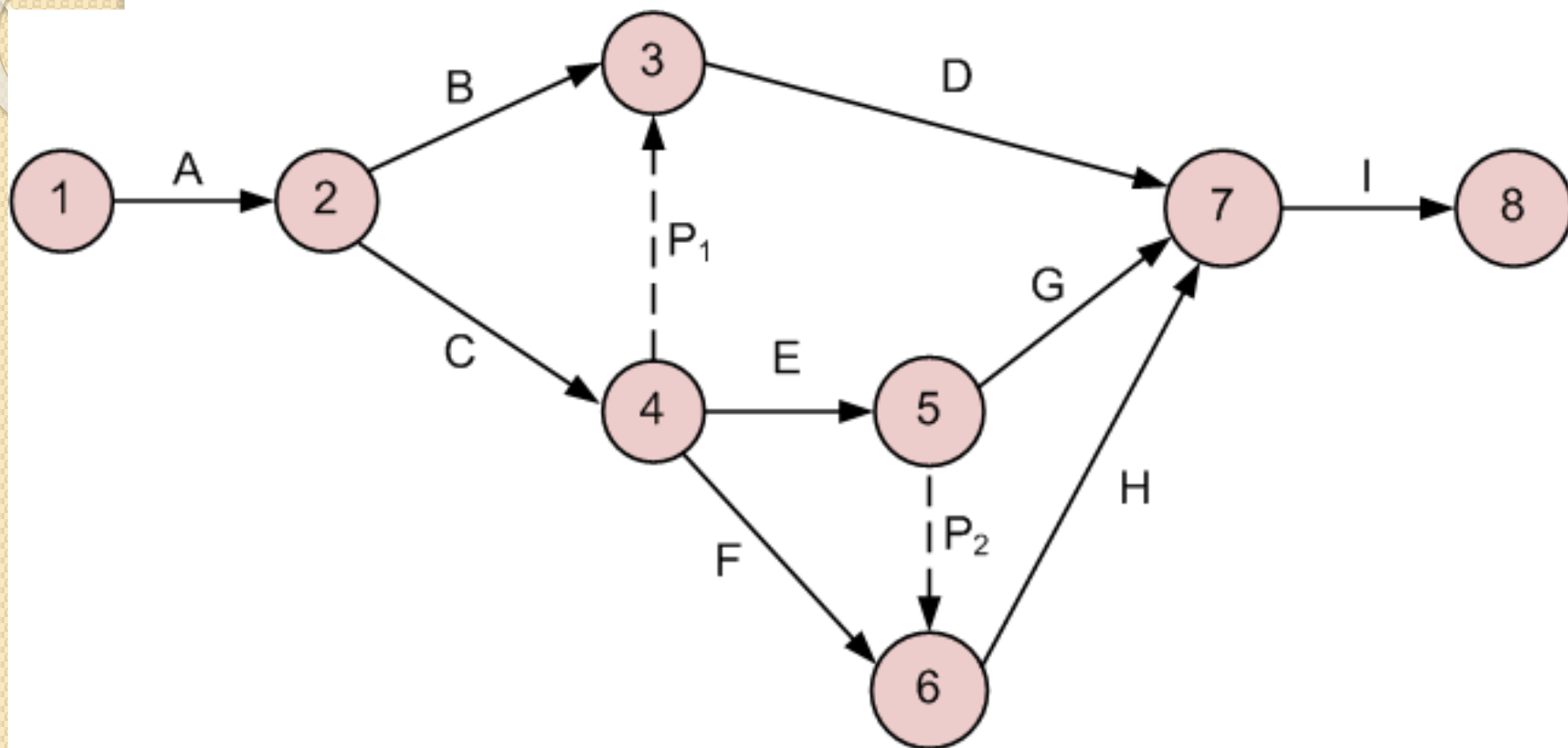


Probability computations can now be made using the normal distribution table.

ตัวอย่างที่ 7-4 PERT

- ตารางที่ 7-15 ข้อมูลสำหรับตัวอย่างที่ 7-4

กิจกรรม	Min (a)	Most Likely (m)	Max (b)	$\mu = \frac{a + 4m + b}{6}$	$\sigma^2 = \frac{(b - a)^2}{36}$
A	2	3	4	3	0.11
B	2	4	10	4.67	1.78
C	2	2	2	2	0
D	4	6	12	6.67	1.78
E	2	5	8	5	1.00
F	2	3	8	3.67	1.00
G	3	7	10	6.83	1.36
H	3	5	9	5.33	1.00
I	5	8	18	9.17	4.69



- ค่าคาดหวังของเวลาเฉลี่ยโครงการ, $E(T)$ ก็คือ ผลรวมของค่าเฉลี่ยของกิจกรรมที่อยู่บนสายงานวิกฤติ ซึ่งก็คือ

$$E(T) = 3 + 2 + 5 + 6.83 + 9.17 = 26 \text{ สัปดาห์}$$

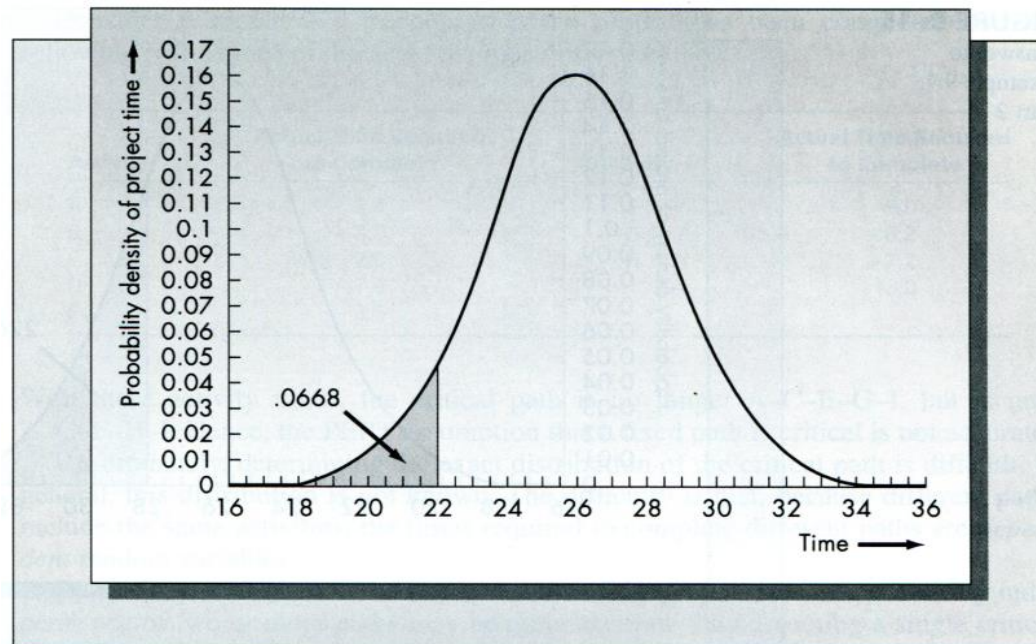
- ในทำนองเดียวกันความแปรปรวนของเวลาของโครงการ, $Var(T)$ มีค่าเท่ากับ

$$Var(T) = 0.11 + 0 + 1.0 + 1.36 + 4.69 = 7.16$$

- จากสมมติฐานที่ว่าเวลารวมของโครงการ, T มีการแจกแจงแบบปกติ โดยที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 26 สัปดาห์ และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน
, $\sigma = \sqrt{7.16} = 2.68$

ตัวอย่างที่ 7-5 PERT

- จากตัวอย่างที่ 7-4 มีคำถามเพิ่มเติมดังนี้
- 1. ความน่าจะเป็นที่โครงการนี้จะสามารถเสร็จสิ้นภายใน 22 สัปดาห์ มีค่าเท่ากับเท่าไร
- 2. ความน่าจะเป็นที่โครงการนี้มีความต้องการเวลามากกว่า 28 สัปดาห์ มีค่าเท่ากับเท่าไร
- 3. หาจำนวนสัปดาห์ที่ต้องการในการที่โครงการนี้จะมีความเป็นไปได้ที่จะสำเร็จเท่ากับ 0.90



1. ทำการคำนวณหาค่า $P\{T < 22\}$

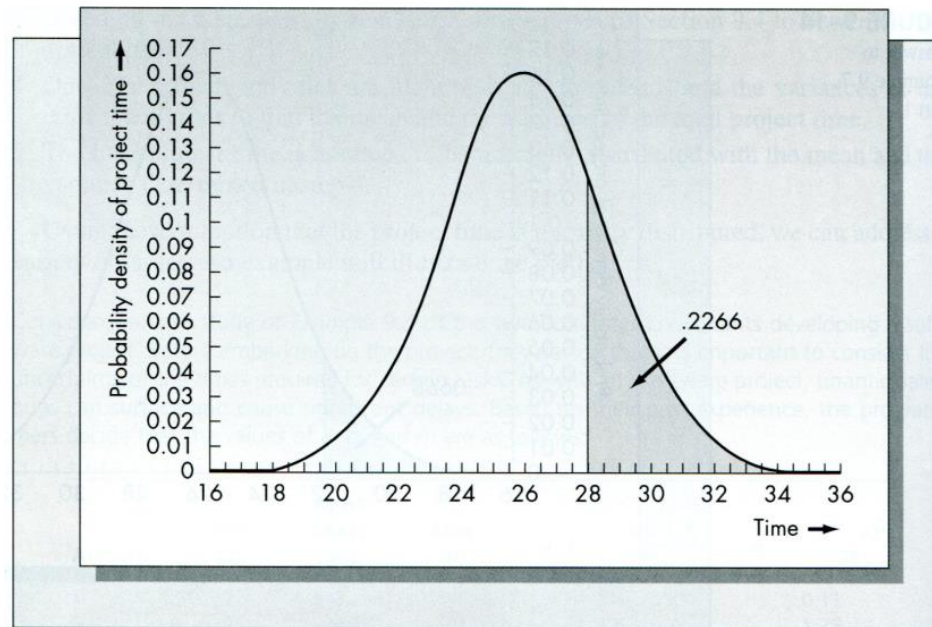
$$\begin{aligned} P\{T < 22\} &= P\left\{\frac{T - \mu}{\sigma} < \frac{22 - \mu}{\sigma}\right\} = P\left\{Z < \frac{22 - 26}{2.68}\right\} \\ &= P\{Z < -1.5\} = 0.0668 \end{aligned}$$

Z เป็นตัวแปรปกติมาตรฐาน ซึ่งจากตารางการแจกแจงปกติ จะได้ดังภาพที่ 7-10

2.

$$\begin{aligned} P\{T > 28\} &= P\left\{\frac{T - \mu}{\sigma} > \frac{28 - \mu}{\sigma}\right\} = P\left\{Z > \frac{28 - 26}{2.68}\right\} \\ &= P\{Z > 0.75\} = 0.2266 \end{aligned}$$

คำตอบของปัญหานี้แสดงดังภาพที่ 7-11



ภาพที่ 7-11 คำตอบของตัวอย่างที่ 7-5 (2)

3. ทำการหาค่าของ t เช่น $P\{T \leq t\} = 0.90$

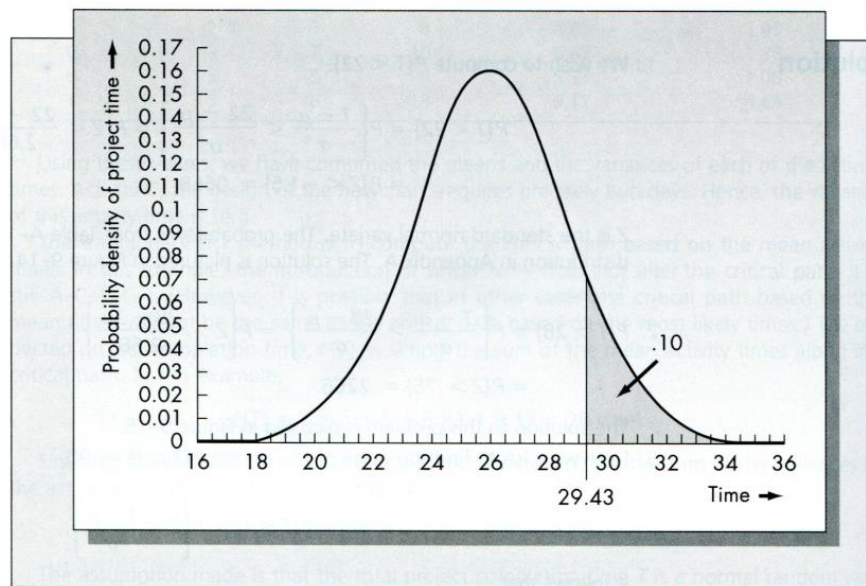
$$0.90 = P\{T \leq t\} = P\left\{Z < \frac{t - \mu}{\sigma}\right\}$$

จะได้ว่า

$$\frac{t - \mu}{\sigma} = z_{.90}$$

หรือ $t = \mu + \sigma z_{.90} = 26 + (2.68)(1.28) = 29.43$ สัปดาห์

คำตอบแสดงดังภาพที่ 7-12



ภาพที่ 7-12 คำตอบของตัวอย่างที่ 5 (3)

สายงานอิสระ (Path independence)

- สำหรับข้อจำกัดที่สำคัญของวิธี PERT ก็คือการตั้งสมมติฐานที่ว่าสายงานที่มีช่วงระยะเวลายาวนานที่สุดจะเป็นสายงานวิกฤติ โดยที่โครงข่ายส่วนใหญ่แล้วจะมีค่าความเป็นไปได้มากที่จะมีสายงานมากกว่า 1 สายงานที่มีช่วงระยะเวลายาวนานที่สุดซึ่งหมายถึงจะกลายมาเป็นสายงานวิกฤติ เมื่อพิจารณาจากตัวอย่างที่ 7-5 ถ้าหากว่าระยะเวลาที่เกิดขึ้นจริง (Actual time) ของกิจกรรมเพื่อที่จะให้กิจกรรมต่างๆสำเร็จเป็นดังตารางที่ 7-16

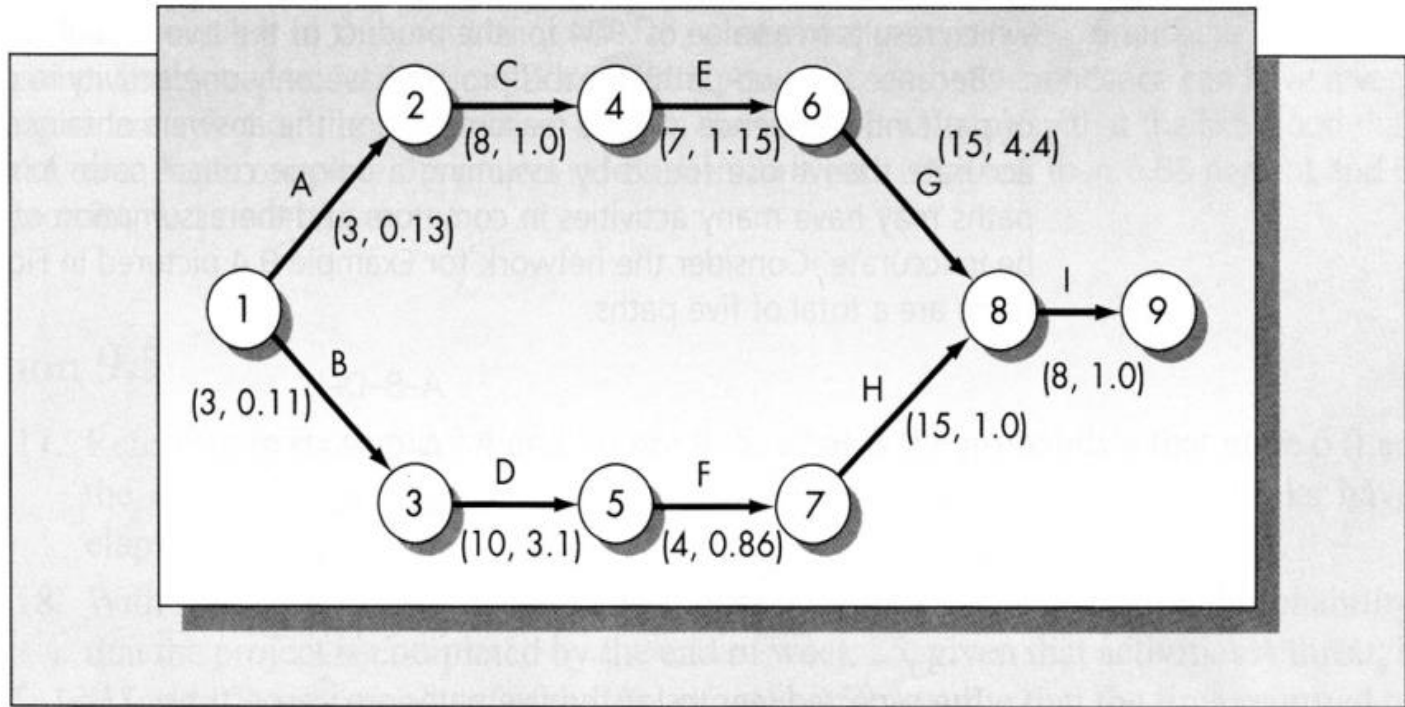
ตารางที่ 7-16 ระยะเวลาที่เกิดขึ้นจริงของกิจกรรม A - I

กิจกรรม	ระยะเวลาจริงที่ ต้องการ	กิจกรรม	ระยะเวลาจริงที่ ต้องการ
A	3.4	F	5.0
B	4.0	G	6.2
C	2.0	H	7.2
D	7.0	I	13.0
E	3.5		

โดยที่เวลากิจกรรมของ**สายงานวิกฤติของ A-C-E-G-I (28.1 สัปดาห์)** นั้น
จะไม่ได้เป็นสายงานวิกฤติที่มีช่วงระยะเวลายาวที่สุด แต่เป็นสายงาน **A-C-F-H-I**
(30.6 สัปดาห์) แทน ดังนั้นสมมติฐานของ PERT ที่ว่าจะต้องกำหนดสายงานวิกฤติให้
แน่นอนไม่เปลี่ยนแปลงอาจจะไม่น่าจะถูกต้อง

ตัวอย่างที่ 7-6 PERT (Path independence)

- จากภาพที่ 7-13 แสดงค่าเฉลี่ย (Means) และค่าความแปรปรวน (Variances) ของแต่ละกิจกรรม กำหนดให้เวลาเป็นหน่วยเป็นสัปดาห์ และจากเหตุการณ์ 1 ถึงเหตุการณ์ 9 จะมีสายงานจำนวน 2 สายงานคือ A-C-E-G-I และ B-D-F-H-I โดยที่ช่วงเวลาของแต่ละสายงานมีค่าเท่ากับ 41 และ 40 สัปดาห์ตามลำดับ ซึ่งจะได้ว่าสายงานวิกฤติจะเป็นสายงาน A-C-E-G-I จะเห็นได้ว่าช่วงเวลานั้นจะมีช่วงเวลาที่ใกล้เคียงกับอีกสายงานอีกสายงานหนึ่ง จากตัวอย่างทั้ง 2 สายงานมีกิจกรรม 1 เท่านั้นที่เป็นกิจกรรมร่วมกัน จากที่กล่าวข้างต้นว่าทั้ง 2 สายงานมีความเป็นอิสระต่อกันอย่างมาก ดังนั้นในขั้นตอนของการคำนวณจะตั้งสมมติฐานที่ว่าทั้ง 2 สายงานมีความเป็นอิสระสามารถที่จะให้ผลลัพธ์ที่แตกต่างจากการตั้งสมมติฐานจากการที่มีสายงานเพียงสายงานเดียว



ภาพที่ 7-13 โครงข่ายสำหรับ PERT ตัวอย่างที่ 7-6

จากสายงานต้องการที่จะหาว่ามีความเป็นไปได้เท่าไรที่โครงการนี้จะแล้วเสร็จภายใน 43 สัปดาห์
กำหนดให้ T_1 เป็นเวลาที่ต้องการของสายงาน A-C-E-G-I และ T_2 เป็นเวลาที่ต้องการของสายงาน B-D-F-H-I จะได้ว่า

$$E(T_1) = 41 \text{ และ } \text{Var}(T_1) = 0.13 + 1 + 1.15 + 4.4 + 1 = 7.68$$

และ

$$E(T_2) = 40 \text{ และ } \text{Var}(T_2) = 0.11 + 3.1 + 0.86 + 3.0 + 1 = 8.07$$

กำหนดให้ T เป็นช่วงเวลาที่โครงการจะแล้วเสร็จ ดังนั้น $T = \max(T_1, T_2)$ ก็จะได้ว่า

$$P(T < 43) = P\{\max(T_1, T_2) < 43\} = P\{T_1 < 43, T_2 < 43\}$$

ถ้าค่าสูงสุดของทั้ง 2 ค่ามีค่าน้อยกว่าค่าคงที่ จะได้ว่าค่าทั้ง 2 นั้นจะมีค่าน้อยกว่าค่าคงที่

$$= P\{T_1 < 43\}P\{T_2 < 43\}$$

$$= P\left\{Z < \frac{43-41}{\sqrt{7.68}}\right\} P\left\{Z < \frac{43-40}{\sqrt{8.07}}\right\}$$

$$= P\{Z < 0.72\}P\{Z < 1.05\}$$

$$= (0.7642)(0.8413) = 0.6429$$

เนื่องจากว่าในการคำนวณนั้นมีความซับซ้อน ถ้ามีการตั้งสมมติฐานที่ว่าสายงานนั้นมีความเป็นอิสระต่อกัน แต่ถ้าต้องการที่จะทราบว่าจำนวนสัปดาห์ที่ต้องการภายใต้ความน่าจะเป็นเท่ากับ 0.90 จะสามารถหาได้จาก

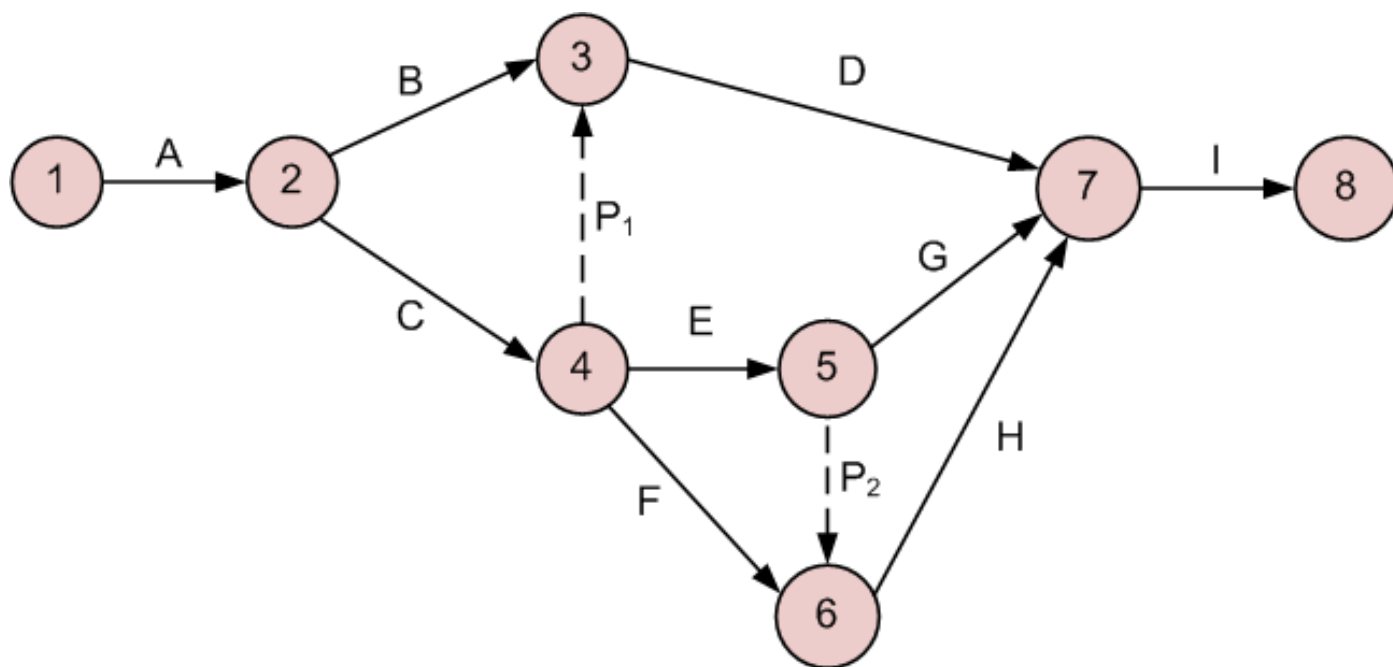
$$P\{T_1 < t\}P\{T_2 < t\} = 0.90$$

หรือ

$$P\left\{Z < \frac{t-41}{2.77}\right\}P\left\{Z < \frac{t-40}{2.84}\right\} = 0.90$$

เมื่อมีการคำนวณหาค่า t โดยใช้วิธีการลองผิดลองถูก (Trial and error) ซึ่งจะสามารถที่จะเริ่มจากการเดาจากค่าความน่าจะเป็นคือ $\sqrt{0.90} = 0.95$ จะได้ว่า $t = 45.6$ สำหรับค่าในเทอมแรก และ $t = 44.7$ สำหรับในเทอมที่ 2 เมื่อมีการแก้ไขค่าให้ถูกต้องจะได้ค่า t มีค่าประมาณ 45.2 สัปดาห์ ซึ่งจะทำให้มีค่าความน่าจะเป็นประมาณ 0.904 สำหรับผลของความน่าจะเป็นทั้งสอง

- เนื่องจากว่าทั้ง 2 สายงานของโครงการมีเพียงกิจกรรมเดียวที่เป็นกิจกรรมร่วม ดังนั้นในการตั้งสมมติฐานที่ว่าสายงานทั้ง 2 นั้นมีความเป็นอิสระต่อกันก็ค่อนข้างจะมีเหตุผล ซึ่งมีผลทำให้มีความแม่นยำมากกว่าที่จะกำหนดให้มีสายงานวิกฤติเพียงสายงานเดียว โดยส่วนมากแล้วภายในโครงการก็อาจจะมีกิจกรรมร่วมกันอยู่จำนวนมาก ดังนั้นการตั้งสมมติฐานว่าสายงานทั้งหมดมีความเป็นอิสระต่อกันอาจจะไม่ถูกต้องได้
- เมื่อพิจารณาจากภาพที่ 7-14 จะได้สายงานทั้งหมดจำนวน 5 สายงานคือ สายงาน **A-B-D-I, A-C-P₁-D-I, A-C-E-G-I, A-C-E-P₂-H-I และสายงาน A-C-F-H-I** เมื่อทำการหาช่วงระยะเวลาของทั้ง 5 สายงานจะได้เท่ากับ **23.51, 20.84, 26, 23 และ 23.17 ตามลำดับ** โดยที่สายงาน A-C-F-H-I จะมีกิจกรรมร่วมจำนวน 3 กิจกรรมกับสายงานที่มีช่วงเวลานานที่สุดคือ A-C-E-G-I



ภาพที่ 7-14 สายงาน A-I สำหรับโครงการ

- เมื่อทำการคำนวณหาความเป็นไปได้ที่โครงการนี้จะแล้วเสร็จภายใน สัปดาห์ ซึ่งกำหนดให้แต่ละสายงานเป็นอิสระต่อกันจะได้ว่า

สายงาน	ช่วงเวลาแล้วเสร็จ	ความแปรปรวน
A-B-D-I	23.5	8.36
A-C-P ₁ -D-I	20.8	6.58
A-C-E-G-I	26.0	7.16
A-C-E-P ₂ -H-I	23.0	6.80
A-C-F-H-I	23.2	6.80

ถ้าค่า T เป็นช่วงระยะเวลาของโครงการที่จะแล้วเสร็จ และ $T_1, \dots, T_5$ เป็นช่วงเวลาที่ต้องการของแต่ละสายงาน จะได้ว่า

$$T = \max(T_1, \dots, T_5)$$

และ

$$\begin{aligned}
 P\{T < 22\} &= P\{T_1 < 22, T_2 < 22, T_3 < 22, T_4 < 22, T_5 < 22\} \\
 &= P\{T_1 < 22\}P\{T_2 < 22\}P\{T_3 < 22\}P\{T_4 < 22\}P\{T_5 < 22\}
 \end{aligned}$$

สมมติว่าช่วงเวลาที่ต้องการของสายงานมีการแจกแจงปกติ จะได้ว่า

$$P\{T_1 < 22\} = P\left\{Z < \frac{22-23.5}{\sqrt{8.36}}\right\} = P\{Z < -0.52\} = 0.3015$$

$$P\{T_2 < 22\} = P\left\{Z < \frac{22-20.8}{\sqrt{6.58}}\right\} = P\{Z < 0.47\} = 0.6808$$

$$P\{T_3 < 22\} = 0.0668 \text{ จากตัวอย่างที่ 7-5 ส่วนที่ 1}$$

$$P\{T_4 < 22\} = P\left\{Z < \frac{22-23}{\sqrt{6.8}}\right\} = P\{Z < -0.38\} = 0.3520$$

$$P\{T_5 < 22\} = P\left\{Z < \frac{22-23.2}{\sqrt{6.8}}\right\} = P\{Z < -0.46\} = 0.3228$$

ดังนั้นสรุปได้ว่า

$$P\{T < 22\} \approx (0.3015)(0.6808)(0.0668)(0.3520)(0.3228) = 0.0016$$

ค่าความเป็นไปได้ของโครงการจริงมีค่าเท่ากับ 0.0016 จากการตั้งสมมติฐานที่ว่าสายงานมีความเป็นอิสระ โดยที่ค่าความเป็นไปได้นี้มีความแตกต่างกับวิธี PERT ซึ่งจะได้ค่าเท่ากับ 0.0668 ดังนั้นโดยสรุปอาจจะกล่าวได้ว่าความเป็นได้ที่โครงการจะเสร็จเร็วกว่า 22 สัปดาห์ มีค่าความเป็นไปได้น้อยกว่า 6.68%

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990